Adaptado — Colegio Internacional de Levante, «Ficha de repaso: determinantes», ejercicios 8-10 (4×4). Corregido: el solucionario del colegio da −37 y 120 en los ejercicios 8 y 10; los valores correctos son 10 y 74

FICHA MII-A2-P02

Determinantes de orden 4: transformaciones y adjuntos

TEMA / TOPIC	TIPO	DIFICULTAD	PUNTOS	TIEMPO MÁX.
A.2 Determinantes	Secundaria	●●● (3 / 3)	10 pts · a)4 + b)3 + c)3	25 min

MATERIAL NECESARIO

Material: calculadora científica. No hace falta ningún formulario: las fórmulas necesarias están en «Teoría básica».

PRERREQUISITOS

- Desarrollo por adjuntos: $|A| = \Sigma\, a_{ij}\cdot A_{ij}$, con $A_{ij} = (-1)^{(i+j)}\cdot|M_{ij}|$, a lo largo de una fila o columna
- Lo más eficiente: hacer ceros con $F_i \to F_i + k\cdot F_j$ (no cambian el determinante) y desarrollar por la fila o columna con más ceros
- En una matriz triangular, el determinante es el producto de la diagonal

TIEMPO DE REFERENCIA

Media de la clase ≈ 18 min. Es una referencia para situarte, no un cronómetro — resolver rápido con el resultado mal no vale nada. En Selectividad se puntúan los pasos razonados, no solo el resultado.

ENUNCIADO

Calcula los determinantes de orden 4 siguientes. Notación: en el texto las matrices se escriben por filas, separadas por «;». Por ejemplo, (1 2 ; 3 4) es la matriz de filas (1 2) y (3 4).

a) $|1\ {-2}\ 3\ 0\ ;\ 0\ 2\ {-1}\ 1\ ;\ 3\ 0\ 1\ {-2}\ ;\ 1\ 1\ 2\ 1|$, haciendo ceros en la primera columna. [4]

b) $|1\ 2\ 0\ 1\ ;\ 0\ 1\ 0\ 2\ ;\ 2\ 3\ 5\ 1\ ;\ 1\ 0\ 0\ 3|$, desarrollando por la tercera columna. [3]

c) $|2\ 1\ 1\ 1\ ;\ 1\ 3\ 1\ 1\ ;\ 1\ 1\ 4\ 1\ ;\ 1\ 1\ 1\ 5|$, usando operaciones elementales. [3]

FICHA MII-A2-P02

Determinantes de orden 4: transformaciones y adjuntos

PISTAS PROGRESIVAS

1	General — elige siempre la fila o columna con más ceros antes de desarrollar; si no hay, créalos.
2	Apartado a) — usa la fila 1 como pivote: $F_3 \to F_3 - 3F_1$ y $F_4 \to F_4 - F_1$ dejan ceros en la primera columna.
3	Apartado a), continúa — desarrolla por la primera columna: solo queda el elemento 1 de la fila 1 por un determinante 3×3 que calculas con Sarrus.
4	Apartado b) — la tercera columna tiene tres ceros y un 5: $\|A\| = 5 \cdot A_{33} = 5 \cdot (+1) \cdot \|\text{menor } 3\times3\|$.
5	Apartado c) — resta la última fila a las demás ($F_i \to F_i - F_4$ para i = 1, 2, 3): aparecen ceros salvo en la última columna y en la diagonal.
6	Apartado c), recordatorio — comprueba que el resultado es positivo y de un tamaño razonable (entre 50 y 100).

TEORÍA BÁSICA

- Desarrollo por adjuntos con signos (−1)^(i+j): conviene elegir una fila o columna con ceros.
- Transformaciones F_i → F_i + kF_j no cambian el determinante; las que lo cambian (intercambio, producto por k) deben compensarse.
- El determinante de una matriz triangular es el producto de su diagonal.

REFUERZO

LIBRO SM Revuela, Matemáticas II (LOMLOE) — Situación de aprendizaje 1.2 Determinantes.

APUNTES Tus apuntes de determinantes (Material/Algebra/apuntes determinantes).

VÍDEO Pendiente — hasta encontrar uno fiable, artículo de apoyo: Determinantes, R. Núñez Nogales — blogsaverroes.juntadeandalucia.es/rafaelnunezmat/files/2024/10/determinantes.docx

SOLUCIÓN RAZONADA

a) Tras $F_3 \to F_3 - 3F_1$ y $F_4 \to F_4 - F_1$: $|1\ -2\ 3\ 0\ ;\ 0\ 2\ -1\ 1\ ;\ 0\ 6\ -8\ -2\ ;\ 0\ 3\ -1\ 1|$. Desarrollando por la 1.ª columna: $|2\ -1\ 1\ ;\ 6\ -8\ -2\ ;\ 3\ -1\ 1| = 10$. Valor: 10 (no −37, como indica el solucionario del colegio).

b) Desarrollando por la 3.ª columna: $5 \cdot |1\ 2\ 1\ ;\ 0\ 1\ 2\ ;\ 1\ 0\ 3| = 5 \cdot (3 + 4 - 1) = 5 \cdot 6 = 30$.

c) Valor: 74 (no 120, como indica el solucionario del colegio). Restando la 4.ª fila a las tres primeras queda $|1\ 0\ 0\ -4\ ;\ 0\ 2\ 0\ -4\ ;\ 0\ 0\ 3\ -4\ ;\ 1\ 1\ 1\ 5|$. Con $F_4 \to F_4 - F_1 - \tfrac{1}{2}F_2 - \tfrac{1}{3}F_3$ la última fila pasa a (0 0 0 37/3) y la matriz es triangular: $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 37/3 = 74$.

RESUMEN — CON TUS PROPIAS PALABRAS

La idea clave de este problema era:

El método o la propiedad que usé:

Si me vuelvo a atascar en un problema parecido, lo primero que miro es:

REGISTRO DE INTENTOS

Fecha	H. inicio	H. fin	Resultado	Pistas	Pasos justificados	Errores de cálculo	¿Repetir?

ESPACIO DE TRABAJO ADICIONAL