Examen oficial — Selectividad Matemáticas II, junio de 2015, Opción A, Problema A.1 (enunciado literal; solución de Material/Algebra/ejercicios matrices selectividad/CORRECCIÓN…pdf)

FICHA MII-A1-P04

Ecuaciones matriciales XA = B y AY = B

TEMA / TOPIC	TIPO	DIFICULTAD	PUNTOS	TIEMPO MÁX.
A.1 Matrices	Principal	●●○ (2 / 3)	10 pts · a)2 + b)2+2 + c)4	25 min

MATERIAL NECESARIO

Material: calculadora científica. No hace falta ningún formulario: las fórmulas necesarias están en «Teoría básica».

PRERREQUISITOS

- Matriz inversa de orden 2: $A^{-1} = (1/|A|)\cdot(\text{Adj } A)^t$; para A = (a b ; c d), $A^{-1} = (1/|A|)\cdot(d\ -b\ ;\ -c\ a)$
- Despejar en una ecuación matricial exige respetar el orden: XA = B → X = B·A^{-1}; AY = B → Y = A^{-1}·B
- Si $M^2 = I$ entonces $M^{-1} = M$, y las potencias de M se repiten de dos en dos

TIEMPO DE REFERENCIA

Media de la clase ≈ 18 min. Es una referencia para situarte, no un cronómetro — resolver rápido con el resultado mal no vale nada. En Selectividad se puntúan los pasos razonados, no solo el resultado.

ENUNCIADO

Se dan las matrices A = (1 −3 ; 2 2) y B = (1 3 ; 2 −2). Obtén razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado: Notación: en el texto las matrices se escriben por filas, separadas por «;». Por ejemplo, (1 2 ; 3 4) es la matriz de filas (1 2) y (3 4).

a) La matriz inversa de la matriz A. [2]

b) Las matrices X e Y de orden 2×2 tales que XA = B y AY = B. [2+2]

c) Justifica razonadamente que si M es una matriz cuadrada tal que $M^2 = I$, donde I es la matriz identidad del mismo orden que M, entonces se verifica la igualdad $M^3 = M^7$. [4]

FICHA MII-A1-P04

Ecuaciones matriciales XA = B y AY = B

PISTAS PROGRESIVAS

1	General — el apartado a) alimenta al b); el c) es independiente y es una demostración, no un cálculo.
2	Apartado a) — $\|A\| = 1\cdot 2 - (-3)\cdot 2 = 8$. Luego $A^{-1} = (1/8)\cdot(2\ 3\ ;\ -2\ 1)$.
3	Apartado b), X — XA = B; multiplica por A^{-1} por la DERECHA: $X\cdot A\cdot A^{-1} = B\cdot A^{-1}$, luego $X = B\cdot A^{-1}$.
4	Apartado b), Y — AY = B; multiplica por A^{-1} por la IZQUIERDA: $Y = A^{-1}\cdot B$. El orden importa: $X \neq Y$ en general.
5	Apartado c) — usa $M^2 = I$ para reducir: $M^3 = M^2\cdot M = I\cdot M = M$.
6	Apartado c), M^7 — escribe $M^7 = (M^2)^3\cdot M = I^3\cdot M = M$. Los dos lados valen M, luego son iguales.

TEORÍA BÁSICA

- $A\cdot X = B \rightarrow X = A^{-1}\cdot B$. $X\cdot A = B \rightarrow X = B\cdot A^{-1}$. Nunca se puede intercambiar el orden.
- Existe A^{-1} solo si $|A| \neq 0$.
- Si $M^2 = I$, entonces $M^{2k} = I$ y $M^{2k+1} = M$.

REFUERZO

LIBRO SM Revuela, Matemáticas II (LOMLOE) — Situación de aprendizaje 1.1 Matrices.

APUNTES Tus apuntes de matrices (Material/Algebra/apuntes matrices, fotos IMG_2565 a IMG_2570).

VÍDEO Pendiente — hasta encontrar uno fiable, artículo de apoyo: TEMA 3. Ecuaciones y sistemas de ecuaciones matriciales (Matemáticas para todos) — matematicasparatodos2.yolasite.com/resources/TEMA%203.%20MATRICES%20III%20-%20ECUACIONES%20Y%20SISTEMAS%20DE%20ECUACIONES%20MATRICIALES..pdf

SOLUCIÓN RAZONADA

a) $|A| = 8 \neq 0$. $A^{-1} = (1/8)\cdot(2\ 3\ ;\ -2\ 1) = (1/4\ \ 3/8\ ;\ -1/4\ \ 1/8)$.

b) $X = B\cdot A^{-1} = (-1/2\ \ 3/4\ ;\ 1\ \ 1/2)$. $Y = A^{-1}\cdot B = (1\ 0\ ;\ 0\ -1)$.

c) $M^3 = M^2\cdot M = I\cdot M = M$. $M^7 = (M^2)^3\cdot M = I^3\cdot M = M$. Por tanto $M^3 = M = M^7$.

RESUMEN — CON TUS PROPIAS PALABRAS

La idea clave de este problema era:

El método o la propiedad que usé:

Si me vuelvo a atascar en un problema parecido, lo primero que miro es:

REGISTRO DE INTENTOS

Fecha	H. inicio	H. fin	Resultado	Pistas	Pasos justificados	Errores de cálculo	¿Repetir?

ESPACIO DE TRABAJO ADICIONAL