Adaptado — Colegio Internacional de Levante, 2º BI, 2ª evaluación, Paper 1A (EXAMEN_P1A), Preguntas 19-20 (opción múltiple ampliada a desarrollo)

FICHA D1-P05

Las lunas de Júpiter y la tercera ley de Kepler

TEMA / TOPIC	TIPO	DIFICULTAD	PUNTOS	TIEMPO MÁX.
D.1 Campos gravitatorios	Secundaria	●●○ (2 / 3)	7 pts · –	13 min

MATERIAL NECESARIO

Cuadernillo de datos: sí — constante de gravitación G (constantes), ley de gravitación (Tema D.1) y aceleración centrípeta (Tema A.2).

PRERREQUISITOS

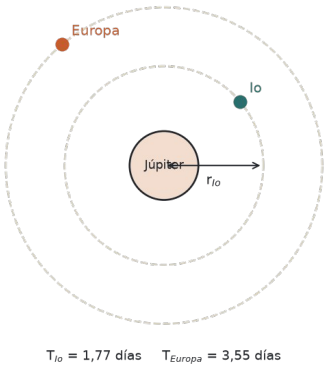
- Leyes de Kepler: (1) órbitas elípticas con el planeta en un foco; (2) el radio vector barre áreas iguales en tiempos iguales; (3) T^2 es proporcional a r^3
- La fuerza gravitatoria sobre un satélite en órbita circular actúa como fuerza centrípeta: $GMm/r^2 = mv^2/r$
- Rapidez orbital: $v = 2\pi r/T$

TIEMPO DE REFERENCIA

Media de la clase ≈ 8 min. Es una referencia para situarte, no un cronómetro — resolver rápido con el resultado mal no vale nada.

ENUNCIADO

Io y Europa son dos lunas de Júpiter que describen órbitas aproximadamente circulares alrededor de su centro (ver diagrama). Io tiene un radio orbital $r = 4{,}22 \times 10^8$ m y un periodo de 1,77 días; Europa tiene un periodo de 3,55 días.



$G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ N m² kg⁻² 1 día = **86 400 s**

a) Enuncia la tercera ley de Kepler. [1]

b) Calcula el radio orbital de Europa usando la tercera ley de Kepler y los datos de Io. [2]

c) Explica, con la segunda ley de Kepler, en qué punto de una órbita elíptica se mueve más rápido un planeta. [1]

d) Deduce la relación $T^2 = (4\pi^2/GM)\cdot r^3$ igualando la fuerza gravitatoria con la fuerza centrípeta, y calcula con ella la masa de Júpiter a partir de los datos de Io. [3]

FICHA D1-P05

Las lunas de Júpiter y la tercera ley de Kepler

PISTAS PROGRESIVAS

1	General — para dos satélites del mismo planeta, T^2/r^3 tiene el mismo valor.
2	Apartado a) — el cuadrado del periodo es proporcional al cubo del radio orbital (o del semieje mayor).
3	Apartado b) — $(T_E/T_{Io})^2 = (r_E/r_{Io})^3$, luego $r_E = r_{Io}\cdot(T_E/T_{Io})^{(2/3)}$.
4	Apartado b), cifras — $(3{,}55/1{,}77)^{(2/3)} \approx 1{,}59$; $r_E \approx 4{,}22 \times 10^8 \times 1{,}59 \approx 6{,}7 \times 10^8$ m.
5	Apartado c) — la segunda ley dice que el radio vector barre áreas iguales en tiempos iguales: ¿dónde debe ir más rápido para que eso ocurra, cerca o lejos del foco?
6	Apartado d) — iguala $GMm/r^2 = mv^2/r$ y sustituye $v = 2\pi r/T$; despeja T^2.
7	Apartado d), despeja M — $M = 4\pi^2 r^3/(GT^2)$. Pasa el periodo a segundos: $T = 1{,}77 \times 86\,400$ s $\approx 1{,}53 \times 10^5$ s.
8	Apartado d), cifras — $M = (4\pi^2 \times (4{,}22 \times 10^8)^3)/(6{,}67 \times 10^{-11} \times (1{,}53 \times 10^5)^2) \approx 1{,}9 \times 10^{27}$ kg.

TEORÍA BÁSICA

- Tercera ley de Kepler: $T^2 \propto r^3$; para órbitas circulares, $T^2 = (4\pi^2/GM)\cdot r^3$, con M la masa del cuerpo central.
- Segunda ley: el radio vector barre áreas iguales en tiempos iguales, así que el cuerpo es más rápido en el punto más cercano al foco (perihelio/periastro).
- La masa del cuerpo central se puede obtener midiendo el radio y el periodo de un satélite.

REFUERZO

LIBRO Oxford Physics 2023 — Topic D.1 Gravitational fields, leyes de Kepler y movimiento orbital.

CUADERNILLO Cuadernillo de datos de Física — Tema D.1 (ley de gravitación) y constantes (G).

VÍDEO Unicoos — "Tercera ley de Kepler" — unicoos.com/video/fisica/2-bachiller/campo-gravitatorio/gravitacion-universal/tercera-ley-de-kepler

SOLUCIÓN RAZONADA

a) El cuadrado del periodo orbital es proporcional al cubo del radio orbital (semieje mayor): $T^2 \propto r^3$.

b) $(T_E/T_{Io})^2 = (r_E/r_{Io})^3 \rightarrow r_E = 4{,}22 \times 10^8 \times (3{,}55/1{,}77)^{(2/3)} \approx 4{,}22 \times 10^8 \times 1{,}59 \approx 6{,}7 \times 10^8$ m.

c) Como el radio vector barre áreas iguales en tiempos iguales, el planeta se mueve más rápido cuando está más cerca del foco (donde está el Sol), es decir, en el punto más cercano de la órbita.

d) $GMm/r^2 = mv^2/r$ con $v = 2\pi r/T \rightarrow GM/r^2 = 4\pi^2 r/T^2 \rightarrow T^2 = (4\pi^2/GM)r^3$. $M = 4\pi^2 r^3/(GT^2)$ con $T = 1{,}77 \times 86\,400 = 1{,}53 \times 10^5$ s: $M = 4\pi^2 \times (4{,}22 \times 10^8)^3/(6{,}67 \times 10^{-11} \times (1{,}53 \times 10^5)^2) \approx 1{,}9 \times 10^{27}$ kg.

RESUMEN — CON TUS PROPIAS PALABRAS

La idea clave de este problema era:

La relación o fórmula que usé:

Si me vuelvo a atascar en un problema parecido, lo primero que miro es:

REGISTRO DE INTENTOS

Fecha	H. inicio	H. fin	Resultado	Pistas	Unid. OK	Orden mag. OK	¿Repetir?

ESPACIO DE TRABAJO ADICIONAL